МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Самарский национальный исследовательский
университет имени академика С.П. Королева»
(Самарский университет)

Институт естественных и математических наук
Физический факультет
Кафедра общей и теоретической физики

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

«Исследование двойных продольных спиновых асимметрий в рождении прямых фотонов на коллайдере NICA»

по направлению подготовки 03.03.02 Физика
(уровень бакалавриата)
направленность (профиль) «Физика»

Обучающийся _____ Д.О.Воронцова
Руководитель ВКР,
к.ф.-м.н. _____ А.В. Шипилова

Самара 2026

Содержание

Введение 3

1 Литературный обзор 4

1.1 ДПСА в рождении J/ψ мезонов 4

1.2 ДПСА в рождении нейтральных и заряженных пионов 6

1.3 ДПСА в рождении струй и диструй 9

1.4 ДПСА в рождении прямых фотонов 13

2 Методы исследования 20

2.1 Квантовая хромодинамика 20

2.2 Коллинеарная партонная модель 22

2.3 Генератор событий PYTHIA8 25

3 Результаты 29

4 Заключение 33

Список литературы 35

Приложение А 40

Приложение Б 42

Реферат

Выпускная квалификационная работа бакалавра: 51 страница, 13 рисунков, 45 источников, 2 приложения.

Целью работы является выполнение предсказаний для двойных продольных спиновых асимметрий в протон-протонных столкновениях при кинематических условиях строящегося коллайдера NICA.

В работе представлены результаты по исследованию двойных продольных спиновых асимметрий в рождении прямых фотонов в рамках лидирующего приближения коллинеарной партонной модели. Расчеты проведены в центральной области быстрот для энергий $\sqrt{s} = 27$, 200, 500 ГэВ. В работе использовался расчет с помощью аналитических формул, реализованных нами на языке FORTRAN с использованием библиотеки CUBA, и в рамках генератора событий PYTHIA8. Была использована библиотека LHAPDF для выбора партонных функций распределений в обоих подходах. Показана согласованность результатов расчетов обоими способами. Для оценки теоретических неопределенностей выполнено варьирование жесткого масштаба. При осуществлении расчета с помощью PYTHIA8 в случае столкновений продольно поляризованных протонов предложен подход, который позволяет быстрое получение результата в рамках уже имеющегося в PYTHIA8 инструментария, без введения дополнительных программных модулей.

Актуальность данной работы заключается в необходимости теоретических предсказаний и генерации набора событий для исследования двойных продольных спиновых асимметрий на детекторе SPD NICA.

Результаты данной работы были представлены на LXXVI молодежной научной конференции и на Самарской областной студенческой научной конференции.

Введение

Данная работа посвящена исследованию двойных продольных спиновых асимметрий (ДПСА) в рождении прямых фотонов на коллайдере NICA в кинематике коллинеарной партонной модели (КПМ) в лидирующем приближении (ЛП) по константе сильного взаимодействия квантовой хромодинамики.

Важной проблемой современной физики высоких энергий является описание спина протона, так как на данный момент не существует полного теоретического описания вкладов кварков и глюонов в спин протона. Эксперименты по глубоконеупругому рассеянию, проведенные в 1980-х годах Европейской мюонной коллаборацией (European Muon Collaboration, EMC), показали, что вклад валентных кварков в спин протона составляет только около 30% [1], остальной вклад вносят глюоны и «морские» кварки. Этот результат, известный как «спиновый кризис», побудил обширную экспериментальную и теоретическую программу для выявления недостающих вкладов, а именно спина глюонов ΔG и орбитального углового момента кварков и глюонов. Методом, позволяющим извлечь данную величину, является изучение двойных продольных спиновых асимметрий, которые представляют собой спин-зависимую наблюдаемую, определяемую при столкновениях, где частицы обоих сталкивающихся пучков поляризованы продольно, то есть вдоль их направления движения.

Целью данной работы является выполнение предсказаний для ДПСА в протон-протонных столкновениях при кинематических условиях строящегося коллайдера NICA (Nuclotron based Ion Collider fAcility), одной из задач которого является изучение спиновой структуры протона. Для достижения заявленной цели необходимо выполнить ряд задач:

1. Выполнить теоретический расчет ДПСА с помощью аналитических формул в рождении прямых фотонов при кинематических условиях ранее

проведенных экспериментов и сравнить полученные значения с экспериментальными данными;

2. Разработать схему моделирования процессов рождения прямых фотонов в столкновениях поляризованных протонов с использованием программного пакета PYTHIA8 и верифицировать полученные результаты;

3. Выполнить предсказания ДПСА в рождении прямых фотонов в столкновениях продольно поляризованных протонов на коллайдере NICA.

1 Литературный обзор

ДПСА ранее были экспериментально исследованы в рождении нейтральных пионов, заряженных пионов, струй, диструй и J/ψ-мезонов, обзор которых представлен в данном разделе.

1.1 ДПСА в рождении J/ψ мезонов

Одним из каналов измерения ДПСА является рождение J/ψ мезонов, которые представляют собой связанное состояние очарованных кварка и антикварка $c\bar{c}$. ДПСА в рождении J/ψ были изучены в лидирующем приближении (ЛП) квантовой хромодинамики (КХД) по бегущей константе сильного взаимодействия α_s в механизме цветового синглета [2, 3].

В работе [4] были опубликованы измерения ДПСА, обозначаемых как A_{LL}, в рождении J/ψ коллаборацией PHENIX (Pioneering High Energy Nuclear Interaction eXperiment)[5]. Поскольку поправки высших порядков теории возмущений КХД к адророждению J/ψ значительны, в данной работе авторы изучали ДПСА в рождении J/ψ в следующем за лидирующим приближении (СЛП), с учетом как реальных, так и виртуальных вкладов, где последние состоят из вкладов петлевых членов, то есть возникающих от процессов, диаграммы которых содержат петли. Для их вычисления была использована

схема перенормировки на массовой поверхности для перенормировки волновых функций кварков и глюонов, и модифицированная схема минимального вычитания для перенормировки константы сильного взаимодействия. Для численной оценки параметров, зависящих от состояния системы (набор квантовых чисел и цветовое состояние промежуточного состояния) использовалась программа FDC [6, 7] для генерации всех необходимых исходных данных. В численных расчетах использовался программный пакет LHAPDF [8] для вызова NNPDF-pol1.1 [9] и NNPDF3.0 [10], которые используются в расчетах в качестве поляризованных и неполяризованных партонных функций распределния (ПФР) соответственно. Энергия столкновения и область быстрот были равными $\sqrt{s} = 510$ ГэВ и $1.2 \leqslant |y| \leqslant 2.2$ в соответствии с экспериментом RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider)[11]. Масштабы массы c-кварка, факторизации, перенормировки выбраны как: $m_c = 1.5$ ГэВ, $\mu_f = \mu_r = \mu_0 \equiv \sqrt{4m_c^2 + p_T^2}$, где p_T – поперечный импульс J/ψ мезона. В работе также отмечено, что результаты для неполяризованных сечений с использованием различных наборов матричных элементов не согласуются друг с другом. И так как в данной кинематической области отсутствуют экспериментальные данные, нельзя определить, какой из них лучше описывает рождение J/ψ. Это наблюдение указывает на то, что образование J/ψ при энергии около 500 ГэВ в области $1.2 < |y| < 2.2$ может служить независимым ограничением для данных матричных элементов. Еще одно наблюдение заключается в том, что результаты для поляризованных сечений, полученные с использованием различных наборов матричных элементов, также отличаются друг от друга. Все эти результаты в областях низких p_T отрицательны. Однако некоторые из них меняют свой знак по мере увеличения p_T. Теоретические результаты в данной работе сравниваются с экспериментальными данными, представленными коллаборацией PHENIX[5]. В области $p_T < 5$ ГэВ, все наборы матричных элементов приводят к одному и тому же теоретическому предсказанию, которое почти равно нулю. По мере увеличения p_T эти

результаты становятся различимыми. При $p_T = 5.25$ ГэВ экспериментальное значение $A_{LL} = 0.057 \pm 0.029$, центральное значение которого лежит в пределах двух стандартных отклонений от нуля, а значит, согласуется с теоретическими расчетами. Помимо неопределенностей в выборе матричных элементов, также было изучено влияние изменения масштабов, включая масштабы перенормировки μ_R и факторизации μ_F. Варьирование данных параметров позволяет учесть теоретические неопределенности при вычислениях. Исследованы семь комбинаций конфигураций масштаба, а именно $\mu_r = \mu_f = \mu_0$, $2\mu_r = \mu_f = \mu_0$, $\mu_r/2 = \mu_f = \mu_0$, $\mu_r = 2\mu_f = \mu_0$, $\mu_r = \mu_f/2 = \mu_0$, $\mu_r = \mu_f = 2\mu_0$, $\mu_r = \mu_f = \mu_0/2$. Хотя A_{LL} значительно изменяется при изменении значений масштаба, все значения всё ещё находятся в пределах экспериментальной погрешности.

В работе [12], где исследовалось неупругое фоторождение J/ψ в столкновениях поляризованных протонов с поляризованными фотонами, было доказано, что для процесса $\gamma + g_1 \to J/\psi + g_2$, где g_i – глюоны,$E_\gamma = 100$ ГэВ, что фоторождение J/ψ действительно является подходящим методом исследования происхождения спина протона. Асимметрии значительно больше 40%, чем при лепторождении, где они обычно составляют $\leqslant 5\%$.

1.2 ДПСА в рождении нейтральных и заряженных пионов

В статье [13] представлены результаты измерений A_{LL} в рождении нейтральных пионов π^0 в направлении вперед, где пион с продольным импульсом p_L несет долю импульса $x = 2p_L/\sqrt{s}$ в диапазоне $x > 0.1$, где $\sqrt{s}$ – энергия сталкивающихся частиц в системе их центра масс. В работе представлено моделирование в диапазоне по x с использованием PYTHIA8[14] с неполяризованным набором ПФР CTEQ6L1[15] и настройкой параметров Perugia2012 с показателем зависимости от энергии $PARP(90) = 0.213$. Данная настройка была выбрана и скорректирована для получения наилучшего описания спек-

тров поперечных импульсов неполяризованных заряженных адронов и струй при центральных быстротах для данных RHIC. В исследовании представлены результаты измерений за 2012 и 2013 года для $A_{LL}(\pi^0)$ в зависимости от p_T в протон-протонных столкновениях, изображенные на рисунке 1, в следующих кинематических диапазонах: а) $2.65 < \eta < 3.15$, $30 < E_\pi < 70$ ГэВ; б) $3.15 < \eta < 3.90$, $70 < E_\pi < 100$ ГэВ.

Для случая а) все измерения асимметрии являются отрицательными и достигают минимального значения $A_{LL} \approx -0.002$. Также приведены предсказания для A_{LL} нейтральных пионов, с заменой наборов ПФР из NNPDFpol1.1 [16] на NNPDF2.3 [17] и DSSV14 [18] на CTEQ6M [19]. Результаты обоих теоретических расчётов A_{LL} согласуются с экспериментальными данными в указанных кинематических диапазонах. В каждом случае были использованы функции фрагментации DSS [20]. Погрешности для асимметрий NNPDF были определены путем вычисления дисперсии поляризованной партонной функции распределения глюонов, полученной для каждого x и Q^2, используемой при определении поляризованного сечения пиона для конкретного поперечного импульса. Затем эта дисперсия была добавлена и вычтена из центрального значения, а поперечное сечение и асимметрия пересчитаны. Отмечается, что чувствительность этих предсказаний к масштабам перенормировки, факторизации и фрагментации была проверена и оказалась пренебрежимо малой по сравнению с погрешностями экспериментальных данных.

Коллаборация STAR также опубликовала данные об асимметриях спина нейтральных пионов в промежуточной области псевдобыстрот $0.8 < \eta < 2$ при $\sqrt{s} = 200$ ГэВ [21]. В данной работе представлены результаты A_{LL} для $5 < p_T < 12$ ГэВ. Систематические неопределенности включают неопределенности, связанные с долей сигнала и оценкой асимметрии фона. Авторами было установлено, что неопределенность относительной светимости пренебрежимо мала по сравнению с систематическими неопределенностями, связанными с долей сигнала и асимметрией фона. Усреднение по p_T в пределах

$5 < p_T < 12$ ГэВ дает значение $A_{LL} = 0.002 \pm 0.012$.

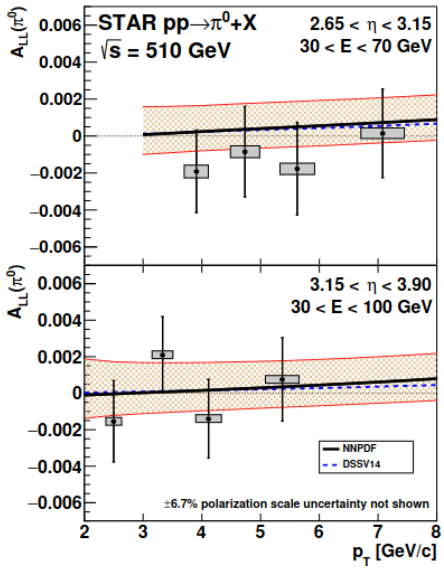

Рис. 1: Двойная продольная спиновая асимметрия A_{LL} в рождении π^0 по поперечному импульсу в поляризованных pp-столкновениях при $\sqrt{s} = 510$ ГэВ в диапазонах псевдобыстроты $2.65 < \eta < 3.15$ ($30 < E_\pi < 70$ ГэВ) (сверху) и $3.15 < \eta < 3.90$ ($30 < E_\pi < 100$ ГэВ) (снизу). Данные, собранные в 2012 и 2013 годах, указаны совместно [13]

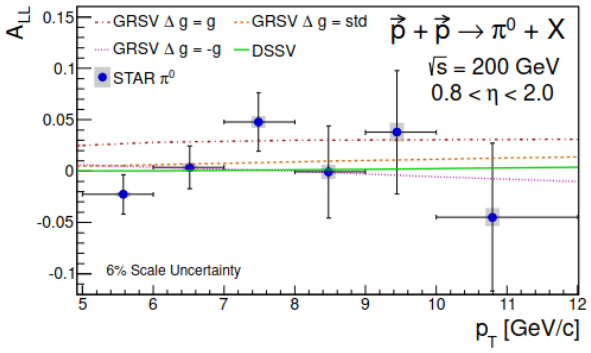

Рис. 2: A_{LL} в рождении π^0, построенные с использованием ПФР DSSV14 и GRSV[22]. Статистические неопределенности показаны коридором погрешностей, а систематические неопределенности указаны в прямоугольниках погрешностей [21].

Предсказания модели, основанные на данных для поляризованного глу-

бокогонеупругого рассеяния группы GRSV [22] и данных группы DSSV к поляризованному глубоконеупругому рассеянию в протон-протонных столкновениях, представлены совместно с измеренными результатами A_{LL}. Расчеты GRSV и DSSV произведены в следующем за лидирующим приближении. Используются функции фрагментации DSS, а также набор функций распределения партонов CTEQ6.5[19]. Авторы отмечают, что результаты A_{LL} не обладают достаточной точностью, чтобы различать существующие поляризации глюонов, однако они все же могут повлиять на глобальные извлечения спиральной функции распределения глюона $\Delta g(x)$, которые достигают менее ограниченных значений при малых x.

В работе [23] приводятся результаты измерений для $\sqrt{s} = 200$ и 62 ГэВ. Более выраженный характер асимметрий достигается во втором случае $A_{LL} \approx 0.08$ Так как при $p_T > 5$ ГэВ подпроцесс комптоновского рассеяния qg начинает доминировать, ожидается, что измерение A_{LL} будет чувствительно относительно знака ($A_{LL}^{\pi^+} > A_{LL}^{\pi^0} > A_{LL}^{\pi^-}$).

1.3 ДПСА в рождении струй и диструй

Еще одним из методов измерения ДПСА является их измерение в рождении струй и диструй, которые представляют собой узкие коллимированные потоки адронов, возникающих в результате протон-протонных столкновений.

В одной из работ, в которой приведены экспериментальные данные для струй [24], измерялись A_{LL} при $\sqrt{s} = 200$ ГэВ в различных кинематических диапазонах псевдобыстроты: $|\eta| < 0.5$, $|\eta| < 1$, $0.5 < |\eta| < 1$ по поперечному импульсу конечных частиц $0 < p_T < 35$ ГэВ. При этом, наиболее высокие значения асимметрий достигались при $|\eta| < 0.5$ и составляли ≈ 0.05. Сообщается, что в 2009 году точность измерений была улучшена в 4 раза, по сравнению с аналогичным экспериментом 2006 года в бинах низкого p_T и в 3 раза в бинах высокого p_T. Теоретические расчеты, проведенные с использова-

нием партонных функций распределения DSSV [18], демонстрируют согласие с предыдущим набором данных, при которой интеграл от функции Δg в области $0.001 < x < 1$ варьировался, позволяя χ^2 подгонки измениться на 2%, что хорошо описывает результаты 2009 года. По результатам проведенной работы делается вывод, что интеграл от функции $\Delta g(x)$ в диапазоне $0.05 < x < 0.2$ равен 0.13.

В работе [25] сообщается об измерениях продольной двойной спиновой асимметрии A_{LL} в рождении инклюзивных диструй при псевдобыстроте в интервале $|\eta| < 0.8$ в поляризованных pp-столкновениях при энергии центра масс $\sqrt{s} = 200$ ГэВ. В данной работе была представлена асимметрия A_{LL} диструй для двух различных топологий: «одинаковой», в которой обе струи имеют либо положительную, либо отрицательную псевдобыстроту, и «противоположной», в которой одна струя имеет положительную, а другая – отрицательную псевдобыстроту. Для топологии с противоположным знаком отбирались события, которые возникают в результате симметричных относительно x партонных столкновений, тогда как события для топологии с одинаковым знаком отбирались более асимметричные столкновения. Наиболее асимметричные столкновения с высоким p_T предпочтительно происходят между кварком с высоким импульсом (с высоким x и, следовательно, сильно поляризованным) и глюоном с низким импульсом. Контроль над начальной кинематикой, достижимый с помощью диструй, который представляет распределения долей партонного импульса глюонов, получались при помощи PYTHIA8[14] для выборки диструй уровня детектора с $19.0 < M < 23.0$ ГэВ, а также для инклюзивных струй с $8.4 < p_T < 11.7$ ГэВ. Значения A_{LL}, извлеченные из данных, авторами данной работы представляют собой смесь асимметрий, возникающих в результате трех доминирующих подпроцессов партонного рассеяния: qq, qg и gg. Отмечается, что триггер STAR наиболее эффективен для определенных подпроцессов, изменяя доли субпроцессов в наборе данных, за счет чего могут сдвигаться измеренные значения A_{LL}. Так-

же искажения могут возникать из-за систематических сдвигов, вызванных конечным разрешением детектора в сочетании с быстро падающим распределением инвариантной массы. К исходным значениям A_{LL} были применены поправки для компенсации этих эффектов. Коррекция смещения триггера и реконструкции была определена путем сравнения значений A_{LL} из моделирования на уровне детектора и партонов с использованием нескольких поляризованных ПФР, которые предсказывают асимметрии, которые «ограничивают» измеренные значения A_{LL}.

На рисунке 3 представлены окончательные измерения A_{LL} диструй для топологических конфигураций с одинаковым (сверху) и противоположным (снизу) знаком в зависимости от инвариантной массы диструй, которая была скорректирована до уровня партонов путем сдвига каждой точки на среднюю разницу между массами диструй детектора и массами диструй на уровне партонов для заданного интервала на уровне детектора. Высота прямоугольников неопределенности представляет собой систематическую неопределенность значений A_{LL}, обусловленную смещением триггера и реконструкции и остаточными компонентами поперечной поляризации в пучках. Неопределенность относительной светимости также приводит к неопределенности в вертикальном измерении, которая является общей для всех точек и представлена серой полосой на горизонтальной оси. Эта неопределенность была оценена путем сравнения значений относительной светимости, полученных с использованием STAR BBC и ZDC, а также путем количественного анализа ряда асимметрий с одним и двумя спинами, которые, как ожидалось, должны были дать нулевые результаты. Ширина прямоугольников представляет собой систематическую неопределенность, связанную со скорректированными значениями массы диструй, и, помимо вклада неопределенности поправки на партонном уровне, включает неопределенности по усилению и эффективности калориметрической башни. Была добавлена дополнительная неопределенность для учета разницы между партонным уровнем PYTHIA8 и сече-

ниями диструй, вычисленными методами пертубативной квантовой хромодинамики в следующем за лидирующим приближении. Эта неопределенность PYTHIA8 по сравнению с численными расчетами непертубативной квантовой хромодинамики доминирует во всех диапазонах масс, кроме самого низкого, что делает неопределенности массы диструй сильно коррелированными.

Теоретические значения A_{LL} были получены с использованием поляризованных наборов ПФР DSSV2014 [18] и NNPDFpol1.1 [16] в качестве входных данных, нормализованных неполяризованными наборами MRST2008 [26] и NNPDF2.3 [17] соответственно. В работе получено первое ненулевое значение ΔG для $x > 0.05$, что может указывать на несколько более высокую поляризацию глюонов при меньших значениях x.

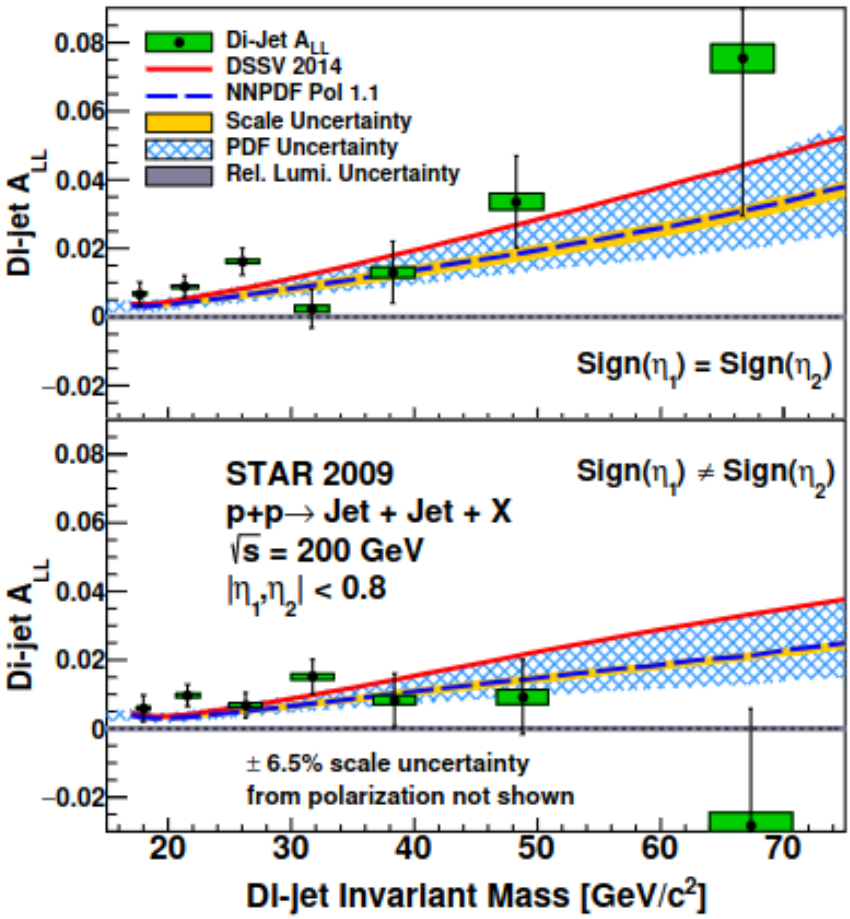

Рис. 3: A_{LL} для диструй в зависимости от инвариантной массы [25]

В статье [27] сообщается о вычислениях A_{LL} в следующем за лидирую-

щим приближении методами пертубативной квантовой хромодинамики для $\sqrt{s} = 510$ ГэВ при $|\eta| < 0.15$, с использованием DSSV [18] в качестве поляризованной ПФР. Полученные данные согласуются с данными коллаборации PHENIX из запуска RHIC 2013 года [27], как видно на графике 4, в пределах экспериментальной погрешности. Для сравнения в работе также продемонстрировано измерение A_{LL} струи STAR из запуска RHIC 2012 года [27].

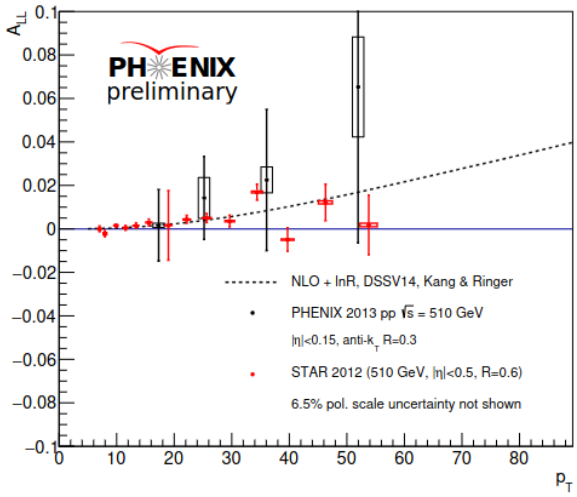

Рис. 4: A_{LL} в рождении струй [27]

1.4 ДПСА в рождении прямых фотонов

Несмотря на высокие статистические характеристики расмотренных выше процессов, для их описания необходимо моделирование эффектов адронизации. С этой точки зрения более предпочтительным каналом является рождение прямых фотонов. Так как фотоны наблюдаются непосредственно, функцию фрагментации можно принять равной единице. ДПСА в рождении прямых фотонов были измерены коллаборацией PHENIX при энергиях 200 [28, 29] и 510 ГэВ [27].

Прямые фотоны – это фотоны, рождающиеся непосредственно в жестких процессах рассеяния кварков и глюонов в столкновениях высоких энергий, а не из распадов адронов. В адрон-адронных столкновениях прямые фо-

тоны с большим поперечным импульсом (p_T) преимущественно рождаются в жестких двухчастичных партонных подпроцессах. Наибольший вклад в рождение прямых фотонов при pp столкновениях вносят следующие процессы: $g + q \to \gamma + q$ и $\bar{q} + q \to \gamma + g$.

Прямое рождение фотонов является очень полезным инструментом измерения спиральной функции распределения глюона Δg. Измерение сечения рождения прямых фотонов является проверкой пертурбативной квантовой хромодинамики (пКХД) и дает распределение поляризованных и неполяризованных глюонов в нуклоне [30]. ДПСА A_{LL} в рождении прямых фотонов может помочь определить знак Δg из-за отсутствия процесса рассеяния глюонов друг на друге. С другой стороны, трудность заключается в малой статистике по сравнению с другими каналами. HERMES [31], SMC [32] и COMPASS [33] сообщили о измерениях, чувствительных к Δg, с использованием глубоконеупругого рассеяния.

Одной из работ, в которой представлены эксперементальные данные для ДПСА в рождении прямых фотонов, является [5]. В ней представлены экспериментальные данные, полученные на RHIC, на котором впервые провели измерения поляризованных пучков в протон-протонных столкновений с диапазоном энергии пучка от 50 ГэВ до 250 ГэВ. В PHENIX, крупнейшем из четырех экспериментов, проводивших сбор данных на RHIC, в ходе работы в 2005 году были собраны данные с интегральной светимостью 3,8 пб$^{-1}$ для продольно поляризованных столкновений со средней поляризацией 47% при энергии пучка $\sqrt{s} = 200$ ГэВ, что в 40 раз больше по показателю качества для A_{LL}, чем в 2004 году. В работе представлен график сечения для рождения прямых фотонов с использованием данных 2003 года в сравнении с теоретическими расчетами, проведенных методами пертубативной квантовой хромодинамики с использованием ПФР CTEQ6M [19]. Измерения проводились в диапазоне значений p_T от 3.25 ГэВ до 16 ГэВ. Полученный результат показывает, что многие прямые фотоны изолированы, то есть вблизи них нет

других сильно взаимодействующих частиц, и теоретические предсказания хорошо согласуются с результатом в области высоких значений p_T. Фотоны от π^0 и струй подавлены, как и ожидалось качественно. В работе продемонстрирован предварительный график сечения для рождения прямого фотона с использованием данных 2005 года с расчетом методами пертубативной квантовой хромодинамики с использованием ПФР CTEQ6M [19] с различными масштабными коэффициентами μ. Варьирование данного параметра позволяет вычислить теоретическую погрешность, которая возникает в результате неоднозначности выбора ПФР. Охвачен диапазон значений p_T от 5 ГэВ до 24 ГэВ, в котором полученные расчеты хорошо описывают данные во всем измеренном диапазоне значений p_T. Результат также согласуется с данными 2003 года. Кроме того, в данной работе представлен график сечения для рождения прямого фотона с методом изоляции. Метод изоляционного отсечения требует, чтобы кандидат в прямые фотоны не сопровождался какой-либо другой частицей внутри конуса радиуса $R = \sqrt{\Delta\phi^2 + \Delta\eta^2} = 0.3$, где η – псевдобыстрота, ϕ – угол вылета. В работе представлено теоретическое предсказание для A_{LL} на рисунке 5, ввиду отсутствия достаточных экспериментальных данных, которое ожидается при светимости 65 пбн$^{-1}$ и поляризацией пучка 70%. По данному предсказанию ДПСА достигает значений $\approx 0,1$ при $p_T \approx 15$ ГэВ.

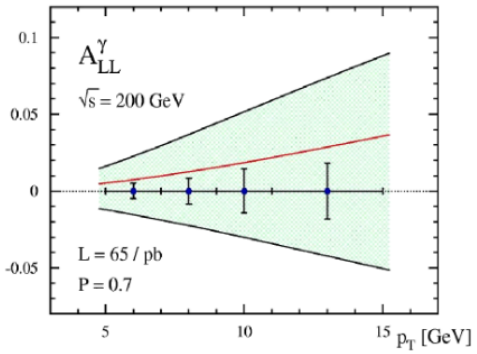

Рис. 5: A_{LL} в рождении прымых фотонов при $\sqrt{s} = 200$ ГэВ [5]

Также ДПСА в рождении прямых фотонов были измерены экспериментально для энергии в системе центра масс 200 ГэВ [29] в 2005г. и 2006г. В данной работе извлечение данных о прямых фотонах осуществляется путем рассмотрения только изолированных фотонов в качестве кандидатов на прямые фотоны. Фотоны, возникающие в результате адронных распадов, будут находиться в непосредственной близости от струи, в отличие от прямого фотона, который должен оставаться изолированным. Вокруг любого кандидата на фотон определялся конус радиусом 0.5 радиан. Фотон считается изолированным, если сумма энергий внутри конуса меньше 10% от энергии кандидата на фотон. Это эффективно удаляет фотоны, возникающие в результате адронных распадов, оставляя при этом более чистый набор данных прямых фотонов. Отсечка наиболее эффективна при высоких значениях p_T. Далее удалялись фотоны, возникающие в результате адронных распадов, в которых энергетическая асимметрия фотонов настолько велика, что они проходят критерий изоляции. В результате экспериментальные данные A_{LL} лежат вблизи нуля, как видно на рисунке 6. В работе также отмечено, что в данный момент имеются статистические ограничения, но было показано наличие согласованного метода измерения двойной продольной спиновой асимметрии.

В работе [28] приведены экспериментальные данные для ДПСА в рождении прямых фотонов. В ней фотоны измерялись с помощью электромагнитного калориметра при быстроте $|\eta| < 0.35$. Главная проблема измерения ДПСА в канале рождения прямых фотонов состоит в том, чтобы удалить фоновые сигналы, которые предтставляют собой фотоны от распадов π^0, η и других мезонов, среди которых π^0 составляют около 80%. В эксперименте A_{LL} можно вычислить следующи образом:

$$A_{LL} = \frac{1}{P_Y P_B} \frac{N^{++} - RN^{+-}}{N^{++} + RN^{+-}}, \tag{1}$$

где P_Y, P_B – поляризации сталкивающихся протонов, N – количество прямых

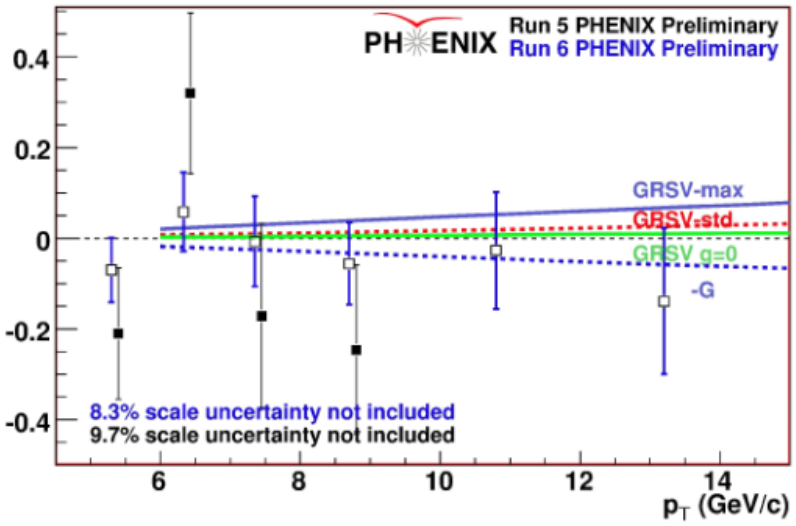

Рис. 6: A_{LL} в рождении прымых фотонов при $\sqrt{s} = 200$ ГэВ [29]

фотонов, R – отношение светимости в столкновениях с одинаковой поляризацией к светимости в столкновениях с разной поляризацией. В итоге, в данной работе асимметрия вычислась следующим образом:

$$A_{LL} = \frac{A_{LL}(N^{iso}_{incl} + n^{asym}_{\pi^0}) - rA_{LL}(RN^{iso}_{\pi^0})}{1 - r}, \tag{2}$$

где $r = \frac{RN^{iso}_{\pi^0}}{N^{iso}_{incl} - n^{asym}_{\pi^0}}$, N^{iso}_{incl}– выборка зарегистрированных изолированных фотонов, обладающих высоким p_T, $N^{iso}_{\pi^0}$– количество фотонов от распада π_0.

В результате в данной статье авторы сообщают, что измерение A_{LL} на момент 2009 года ограничено статистическими данными и не дает прямого ограничения. Хотя в ходе экспериментов 2009 года на RHIC с поляризованными протонами при $\sqrt{s} = 200$ ГэВ светимость была вдвое выше, чем в эксперименте 2006 года. Эксперимент 2009 года также включал столкновения при $\sqrt{s} = 500$ ГэВ. Теоретические предсказания, представленные в данной работе, согласуются с экспериментом и предсказывают $A_{LL} \approx 0,1$.

Теоретические расчеты ДПСА в рождении прямых фотонов были выполнены в работах [27, 34] так же проводился расчет ДПСА в рождении прямых фотонов. В работе [27] сечение рождения изолированных прямых фотонов при псевдобыстроте $|\eta| < 0,25$ и при $\sqrt{s} = 510$ ГэВ представлено

как функция p_T и сравнивается с расчетом пертурбативной квантовой хромодинамики JETPHOX NLO [35] с использованием ПФР CT14 [36] и функции фрагментации (ФФ) BFGII [37]. Сообщается, что расчет хорошо согласуется с полученными данными в пределах погрешностей. Моделирование методом Монте-Карло в данной работе выполнено с помощью POWHEG + PYTHIA8 [38],[39]. POWHEG — это генератор партонного уровня в рамках следующего за лидирующим приближения (СЛП), выходные данные которого могут быть использованы в качестве входных данных для PYTHIA8. PYTHIA8 включает в себя многопартонные взаимодействия, партонные ливни и процессы фрагментации. POWHEG использует ПФР CT14 [36]. Учет СЛП в данном процессе включает в себя вклады от виртуальных (петлевых) диаграмм, а также процессы с излучением дополнительного реального кварка или глюона. Данные поправки позволяют учесть вклады не только от реальных, но и от виртуальных процессов, что позволяет уменьшить зависимость результатов от произвольного выбора шкалы ренормализации и факторизации, и значительно повышает достоверность моделирования. В работе представлена ДПСА в рождении прямых фотонов в столкновениях продольно поляризованных протонов при $|\eta| < 0,25$ в псевдобыстроте при $\sqrt{s} = 510$ ГэВ для $6 < p_T < 20$ ГэВ. Расчет СЛП пКХД был получен с использованием поляризованной PDF DSSV14, неполяризованной ПФР CT10 и GRV ФФ при масштабах ренормализации и факторизации $\mu_f = \mu_r = p_T$. Экспериментальное максимальное значение для $A_{LL} \approx 0.015$.

Также в работе [34] представлены предсказания для двойных продольных спиновых асимметрий в рождении прямых фотонов на коллайдере NICA для $\sqrt{s} = 20$ ГэВ и $\sqrt{s} = 27$ ГэВ в лидирующем приближении коллинеарной партонной модели при $|\eta| < 3$ при коридоре неопределенностей, который появляется вследствие выбора жесткого масштаба, $p_T/2 < \mu < 2p_T$. Представленные в работе зависимости показывают, что ДПСА являются положительными и монотонно увеличиваются с увеличением p_T и уменьшением

энергии столкновения. Также отмечено, что изучение области относительно высоких p_T ограничивается экспериментально доступной областью, связанной с малой статистикой. Аналогичные ограничения на p_T накладываются и в работе [40]. Омечается, что выбор партонных функций распределения DSSV приводит к предсказаниям наибольших асимметрий, вплоть до 18%, что допускает возможность их экспериментального наблюдения.

Как отмечалось ранее, несмотря на то что измерение асимметрии A_{LL} в процессах рождения прямых фотонов считается наиболее предпочтительным благодаря отсутствию необходимости учитывать эффекты адронизации, данный канал характеризуется низкой статистической обеспеченностью. Доля прямых фотонов среди всех зарегистрированных фотонов составляет менее 20%. В связи с этим перспективным является использование генеративных методов машинного обучения, позволяющих предсказывать образование прямых фотонов в протон-протонных столкновениях. Подобный подход был реализован в работе [41]. В ней проведено сопоставление результатов моделирования, выполненного с помощью PYTHIA8, и предсказаний генеративно-состязательной сети (ГСС) для распределений продольных импульсов партонов и поперечного импульса прямого фотона. Анализ выполнялся как для столкновений неполяризованных протонов, так и для столкновений продольно поляризованных протонов при энергии центра масс $\sqrt{s} = 27$ ГэВ.

Полученные результаты показали согласованность между распределениями, предсказанными ГСС, и данными моделирования PYTHIA8. Аналогичное соответствие наблюдается и для случая поляризованных протон-протонных столкновений, где предсказания ГСС также воспроизводят результаты моделирования в пределах статистической точности. Таким образом, результаты исследования свидетельствуют о том, что использование ГСС позволяет получать значения асимметрии A_{LL}, согласующиеся с предсказаниями PYTHIA8 в пределах неопределённостей, обусловленных выбором масштаба сильного взаимодействия в диапазоне $p_T/2 < \mu < 2p_T$.

2 Методы исследования

2.1 Квантовая хромодинамика

В физике высоких энергий КХД является фундаментальной теорией сильного взаимодействия и применима к описанию процессов при больших передачах импульса благодаря тому, что при больших энергиях константа сильного взаимодействия $\alpha_s(\mu^2)$ уменьшается с ростом передаваемого импульса Q, что позволяет применять методы теории возмущений при вычислении жестких подпроцессов.

КХД представляет собой фундаментальную теорию, описывающую сильное взаимодействие. В основе КХД лежат принципы калибровочной симметрии группы $SU(3)_c$. Индекс c здесь означает «цвет» – квантовое число, различающее кварки одного аромата. Кварки могут существовать в трех цветовых состояниях: красный, зеленый, синий. Цветовые заряды глюонов же характеризуются различными комбинациями цветов и антицветов, всего существует 6 цветных и 2 бесцветных комбинации. Постулируем, что наблюдаемые адроны являются бесцветными, а валентные и морские кварки в их составе – цветными.

Лагранжиан КХД имеет вид:

$$\mathcal{L} = \sum_i \bar{\psi}_i (i\gamma^\mu D_\mu - m_i)\psi_i - \frac{1}{4} G^\alpha_{\mu\nu} G^{\alpha,\mu\nu}, \tag{3}$$

где ψ_i – кварковые поля разных ароматов ($i = u, d, s, c, b, t$), m_i – масса кварка,$G^\alpha_{\mu\nu}$ – тензор напряженности глюонного поля, который записывается как:

$$G^\alpha_{\mu\nu} = \partial_\mu A^\alpha_\nu - \partial_\nu A^\alpha_\mu + g_s f^{abc} A^b_\mu A^c_\nu, \tag{4}$$

где f^{abc} – антисимметричные структурные константы.

Ковариантная производная D_μ вводится следующим образом:

$$D_\mu = (\partial_\mu - ig_s T^\alpha A^\alpha_\mu)\gamma^\mu, \tag{5}$$

где A^α_μ – глюонные поля, g_s – константа сильного взаимодействия, T^α – генераторы группы $SU(3)_c$ в фундаментальном представлении (матрицы Гелл-Манна).

Одним из важнейших параметров данной теории является α_s – бегущая константа сильного взаимодействия. Она вводится как [42]:

$$\alpha_s(\mu^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln(\mu^2/\Lambda^2_{QCD})}, \tag{6}$$

где

$$\beta = -\left(\beta_0 \frac{g_s^2}{4\pi} + \beta_1 \left(\frac{g_s^2}{4\pi}\right)^2 + \dots\right). \tag{7}$$

Здесь g – константа сильного взаимодействия. Такая зависимость $\alpha_s(Q)$ приводит к появлению двух фундаментальных явлений КХД – конфайнмент и асимптотическая свобода. Неограниченный рост константы сильного взаимодействия при малых переданных импульсах называется конфайнментом, то есть удерживанием цветового заряда внутри определённой области (в адронах). Явление уменьшения α_s при больших переданных импульсах называется асимптотической свободой. Отрицательный знак β_0 является причиной асимптотичекой свободы: с ростом μ константа связи убывает. Параметр $\Lambda_{QCD} \approx 0.232$ ГэВ является масштабным параметром КХД и характеризует область сильного взаимодействия. При $\mu << \Lambda_{QCD}$ перестает работать теория возмущений, так как константа α_s перестаёт быть малой. Поэтому за масштаб перенормировки $\mu_R = \mu$ принято брать переданный партонам

импульс Q.

2.2 Коллинеарная партонная модель

В рамках коллинеарной партонной модели адроны описываются как системы точечных безмассовых структурных элементов, называемых партонами, к которым относятся кварки и глюоны. Данная модель предполагает, что партоны обладают только продольной частью импульса исходного протона. Распределение партонов по доле продольного импульса в протоне в рамках данной модели описывается ПФР.

Рассмотрим двухчастичную реакцию:

$$a + b \to \gamma + X,$$

где a, b – начальные партоны, γ – фотон, X – конечный партон. Распишем 4-импульсы начальных и конечных частиц по компонентам, где p_a и p_b – 4-импульсы начальных партонов, p_γ – 4-импульс фотона, p_X – 4-импульс кварка (или глюона):

$$p_a = x_a P_a = (x_a \frac{\sqrt{s}}{2}, 0, 0, x_a \frac{\sqrt{s}}{2}), \qquad p_b = x_b P_b = (x_b \frac{\sqrt{s}}{2}, 0, 0, -x_b \frac{\sqrt{s}}{2}),$$

$$p_\gamma = (E_\gamma, \vec{p}_\gamma) = (E_\gamma, \vec{p}_{\gamma T}, p_{\gamma z}), \qquad p_X = (E_X, \vec{p}_X) = (E_4, \vec{p}_{XT}, p_{Xz}).$$

Выражения для энергий начальных и конечных частиц:

$$E_a = x_a \frac{\sqrt{s}}{2}, \qquad E_b = x_b \frac{\sqrt{s}}{2}, \qquad E_\gamma = |\vec{p_\gamma}|; \qquad E_X = |\vec{p_X}|$$

$$E_\gamma^2 = p_{\gamma T}^2 + p_{\gamma z}^2, \quad E_X^2 = p_{XT}^2 + p_{Xz}^2,$$

$$\vec{p}_{\gamma T} = -\vec{p}_{XT} \to p_{\gamma T} = -p_{XT}$$

Пользуясь теоремой факторизации КХД эффектов малых и больших рассто-

яний, формулу полного сечения можно представить как:

$$\sigma = \int_0^1 f_a(x_a, \mu^2) dx_a \int_0^1 f_b(x_b, \mu^2) dx_b d\hat{\sigma}, \tag{8}$$

где

$$d\hat{\sigma} = \frac{1}{I} \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{d^3\vec{p_\gamma}}{2E_\gamma} \frac{d^3\vec{p}_X}{2E_X} \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \overline{|M_{ab\to\gamma X}|^2}, \tag{9}$$

$\overline{|M_{ab\to\gamma X}|^2}$ — квадрат модуля амплитуды жесткого процесса.

Если в уравнении (8) отождествить μ^2 с характерным масштабом, отделяющим мягкую и жесткую часть процесса, то $\mu_f^2 = \mu^2$ будет являться масштабом факторизации.

Двойные продольные спиновые асимметрии в столкновениях продольно-поляризованных протонов определяются формулой:

$$A_{LL} = \frac{d\sigma^{++} - d\sigma^{+-}}{d\sigma^{++} + d\sigma^{+-}} = \frac{d\Delta\sigma}{d\sigma}, \tag{10}$$

где $\sigma^{++}(\sigma^{+-})$– сечения процессов столкновения протонов с одинаковой (разной) проекцией спина на направление движения; $\Delta\sigma$ и σ– сечения рождения прямых фотонов в случае поляризованных и неполяризованных протонов.

Введение функций распределения поляризованных партонов позволяет представить разность сечений протонов с различной поляризацией в виде

$$d\Delta\sigma^\gamma = \sum_{a,b=q\bar{q},g} \int dx_a dx_b \Delta f_a(x_a, \mu^2) \Delta f_b(x_b, \mu^2) d\Delta\sigma_{ab}^\gamma, \tag{11}$$

где $\Delta\sigma_{ab}^\gamma$ – сечения рождения фотонов поляризованными партонами; $\Delta f_{a(b)}(x_{a(b)}, \mu^2$ – функции распределения партонов $a(b)$ в поляризованных протонах; x_a и x_b – доли импульса партонов.

Для получения информации о поляризованных функциях распределения вероятностей Δf через измерение A_{LL} необходимо показать примени-

мость пертурбативной КХД. Это делается путём сравнения предсказаний пертурбативной КХД с существующими экспериментальными данными по сечениям соответствующих подпроцессов.

В лидирующем приближении коллинеарной партонной модели, содержащем члены $\mathcal{O}(\alpha_s)$, прямые фотоны образуются в сильно доминирующем подпроцессе комптоновского рассеяния $q + g \to q + \gamma$ и кварк-антикварковой аннигиляции с рождением фотона и глюона $q + \bar{q} \to g + \gamma$, где $q = u, d, s$, примеры диаграмм Фейнмана для которых приведены на рис. 7.

Рис. 7: Примеры диаграмм Фейнмана: а) s-канальная диаграмма для процесса $q + g \to q + \gamma$; б) u-канальная диаграмма для процесса $q + \bar{q} \to g + \gamma$.

Путем алгебраических преобразований формула (11) может быть приведена к удобному для расчетов виду:

$$d\Delta\sigma^{\gamma} = \sum_{a,b=q\bar{q},g} \int dx_a dx_b \Delta f_a(x_a, \mu^2) \Delta f_b(x_b, \mu^2) \frac{\Delta\overline{|M_{ab\to\gamma X}|}^2}{8\pi} \frac{p_{\gamma T}}{x_a x_b s^2} dp_{\gamma T} dy_{\gamma}. \tag{12}$$

В работе масштаб ренормализации прянят равным масштабу факторизации $\mu = \mu_R = \mu_F$.

Квадраты модулей амплитуд поляризованных и неполяризованных под-

процессов $a + b \to \gamma + c$ выглядят следующим образом [43]:

$$\overline{|M_{qg\to\gamma q}|}^2 = -\frac{16}{3}\pi^2\alpha_{em}\alpha_s e_q^2\frac{\hat{s}^2+\hat{t}^2}{\hat{s}\hat{t}}, \tag{13}$$

$$\Delta\overline{|M_{qg\to\gamma q}|}^2 = -\frac{16}{3}\pi^2\alpha_{em}\alpha_s e_q^2\frac{\hat{s}^2-\hat{t}^2}{\hat{s}\hat{t}}, \tag{14}$$

$$\overline{|M_{q\bar{q}\to\gamma g}|}^2 = \frac{128}{9}\pi^2\alpha_{em}\alpha_s e_q^2\frac{\hat{u}^2+\hat{t}^2}{\hat{u}\hat{t}}, \tag{15}$$

$$\Delta\overline{|M_{q\bar{q}\to\gamma g}|}^2 = -\frac{128}{9}\pi^2\alpha_{em}\alpha_s e_q^2\frac{\hat{u}^2+\hat{t}^2}{\hat{u}\hat{t}}, \tag{16}$$

где $\hat{s} = x_1x_2s$, $\hat{t} = -p_{T\gamma}^2(1+\exp(y_4-y_\gamma))$, $\hat{u} = -p_{T\gamma}^2(1+\exp(y_\gamma-y_4))$ – мандельстамовские переменные, y_i – быстрота, в безмассовом случае равна псведобыстроте, e_q – заряд кварка, α_{em}– константа электромагнитного взаимодействия, α_s – бегущая константа сильного взаимодействия, $x_a = p_\gamma/\sqrt{s}(\exp(y_\gamma)+\exp(y_4))$, $x_b = p_\gamma/\sqrt{s}(\exp(-y_\gamma)+\exp(-y_4))$.

Для расчёта ДПСА была написана программа на языке FORTRAN[44] с использованием библиотеки многомерного интегрирования CUBA[45].

Библиотека CUBA предлагает на выбор четыре независимые процедуры для многомерного численного интегрирования: Vegas, Suave, Divonne и Cuhre. Для данной работы был выбран метод Suave, который сочетает в себе преимущества двух популярных методов: выборка по важности, как в Vegas, и выборка по подобластям, как в Miser. Разбивая на подобласти, Suave в некоторой степени позволяет обойти трудности Vegas, связанные с адаптацией весовой функции к максимумам подынтегральной функции, расположенным не параллельно осям координат.

2.3 Генератор событий PYTHIA8

Расчет проводился с использованием PYTHIA8 [14] – стандартный инструмент для генерации столкновений в физике высоких энергий, основанный на

методе Монте-Карло. В данном программном пакете содержатся теория и модели для ряда физических аспектов, включая упругие и неупругие взаимодействия, партонные распределения, партонные каскады начального и конечного состояний, где один начальный партон может породить группу партонных частиц в конечном состоянии, множественные взаимодействия, фрагментацию и распады. В программе генерация событий столь детализирована, насколько события могли быть наблюдаемы «идеальным» детектором. Моделирование взаимодействия образующихся частиц с материалом детектора не включено в PYTHIA8, но при необходимости может быть выполнено путем сопряжения с внешними кодами моделирования детектора.

Метод Монте-Карло представляет собой класс численных методов решения математических задач, основанных на статистическом моделировании случайных величин с использованием генерации псевдо-случайных чисел. Пусть x – случайная величина, распределенная на интервале $[A, B]$ по заданному закону $f(x)$, который в данном случае является плотностью вероятности. Разделим интервал $[A, B]$ на N подынтервалов. бозначим конец подынтервала i как x_i, $x_0 = A$, $x_N = B$. Вероятность того, что x принадлежит подынтервалу i есть:

$$\Delta W_i = \int_{x_{i-1}}^{x_i} f(x)dx; \quad \sum_{i=1}^{N} \Delta W_i = 1$$

Расположим последовательно все числа ΔW_i на интервале $[0, 1]$, поскольку вероятность есть неотрицательное число, не превосходящее 1 по определению. Очевидно, что если равномерно распределенное случайное число ω, генерируемое стандартной программой попадает в интервал j, то есть удовлетворяет условию $\Delta W_{j-1} < \omega \leqslant \Delta W_j$, то соответствующее значение случайной величины x есть x_j.

В генераторе PYTHIA8 реализован метод Монте-Карло для генерации

событий и вычислений сечений процессов. Рождение или распад частицы могут быть описаны матричным элементом рассматриваемого процесса. Модуль квадрата матричного элемента является мерой плотности вероятности для данного процесса, а дифференциальное сечение пропорционально этому квадрату матричного элемента. Тогда сечение для столкновения двух частиц с 4-импульсами P_1 и P_2 приводит к n финальным состояниям с 4-импульсами $p_1, p_2, \ldots, p_n$:

$$d\sigma \propto |M(p_1, p_2, \ldots, p_n)|^2 \left(\prod_n \frac{d^3 p_n}{(2\pi)^3 2E_n} \right) \times (2\pi)^4 \delta^4 \left(P_1 + P_2 - \sum_n p_n \right),$$

где

$$\left(\prod_n \frac{d^3 p_n}{(2\pi)^3 2E_n} \right) \times (2\pi)^4 \delta^4 \left(P_1 + P_2 - \sum_n p_n \right)$$

называется фазовой пространственной частью. Если случайная величина x имеет распределение $g(x)$, тогда вероятность нахождения x между a и b есть вероятность, что финальные состояния 4-импульсов будут принадлежать некоторой части доступного фазового пространства:

$$P(a < x < b) = \int_a^b g(x)\, dx$$

Аналогично, чтобы знать вероятность нахождения финальных состояний 4-импульсов в некоторой части доступного фазового пространства, нужно интегрировать их функцию плотности вероятности, которая пропорциональна дифференциальному сечению $d\sigma$, по доступному фазовому пространству. Если n очень высокое, тогда это становится интегралом по нескольким размерностям.

При моделировании эксперимента необходимо использовать генераторы событий, а не аналитические формулы, так как в симуляции детектора генераторы рождения частиц предоставляют входные данные для программы симуляции детектора. Симуляция детектора отслеживает частицы через

материал детектора, симулируя их взаимодействие с материалом. Затем программа симулирует ответ детектора и производит выход. Однако, в PYTHIA8 нет возможности работать с поляризованными пучками протонов. Поэтому данной работе была реализована схема, позволяющая учесть это.

Схема вычислений:

1. Аналитически вычисляется коэффициент k, харатеризующий отношение сечения рождения прямых фотонов с поляризованными ПФР и матричным элементом для поляризованного подпроцесса (14) $q + g \to \gamma + q$ к сечению с поляризованными ПФР и матричным элементом для неполяризованного подпроцесса (13);

2. При моделировании в PYTHIA8 сечение для поляризованного процесса $q + g \to \gamma + q$ домножается на полученный множитель k, а для процесса $q + \bar{q} \to \gamma + g$ меняется знак согласно формулам (16),(15);

3. A_{LL} рассчитывается путем вычисления отношения $d\Delta\sigma$ к $d\sigma$, согласно формуле (10).

Для расчета асимметрии рождения прямых фотонов были использованы следующие параметры PYTHIA8:

1. $PromptPhoton : qg2qgamma(qqbar2ggamma) = on$ – учитываются вклады только от процессов процессов $q + g \to q + \gamma$ и $q + \bar{q} \to g + \gamma$;

2. $Beams : eCM = 200$ – задается энергия столкновения в системе центра масс в ГэВ;

3. $PDF : pSet = LHAPDF6 : NNPDFpol11_100$ – задаются используемые партонные функции распределения при расчете сечения для поляризованных пучков. В случае неполяризованных пучков используются $PDF : pSet = NNPDF40_lo_as_01180$;

4. $PartonLevel : MPI = off$ – отключено многопартонное взаимодействие;

5. $PartonLevel : ISR = off$ – отключается начальное излучение партонов;

6. $PartonLevel : FSR = off$ – отключается конечное излучение партонов;

7. $BeamRemnants : primordialKT = off$ – начальный поперечный импульс частиц отсутствует, что соответствует лидирующему приближению коллинеарной партонной модели.

Для подтверждения верности моделирования в PYTHIA8, результаты так же сверялись с численными расчетами, проведенными на FORTRAN с использованием библиотеки CUBA. Примеры соответствующих входных файлов приведены в приложении А (PYTHIA8) и приложении Б (FORTRAN).

3 Результаты

На графиках 8, 9 и 10 представлено сравнение сечений рождения прямых фотонов, рассчитаных в рамках ЛП КПМ для $\sqrt{s} = 510, 200$ и 27 ГэВ. Пунктирные линии соответвуют коридору погрешностей, который достигается варьированием масштаба $p_T/2 < \mu < 2p_T$.

С помощью аналитических вычислений было установлено, что отношение сечения рождения прямых фотонов с поляризованными ПФР и матричным элементом для поляризованного подпроцесса к сечению с поляризованными ПФР и матричным элементом для неполяризованного подпроцесса комптоновского рассеяния дают следующие множители k: при $\sqrt{s} = 200$ ГэВ, $k \approx 0.7$; при $\sqrt{s} = 510$ ГэВ, $k \approx 0.8$; при $\sqrt{s} = 27$ ГэВ, $k \approx 0.6$. Поэтому при моделировании в PYTHIA8 сечение для процесса $q + g \to \gamma + q$ домножается на соответствующий множитель, а перед процессом $q + \bar{q} \to \gamma + g$

меняется знак в соответствии с формулами (16),(15). На данных графиках видно, что результаты аналитических расчетов и моделирования в PYTHIA8, совпадают в пределах теоретической погрешности.

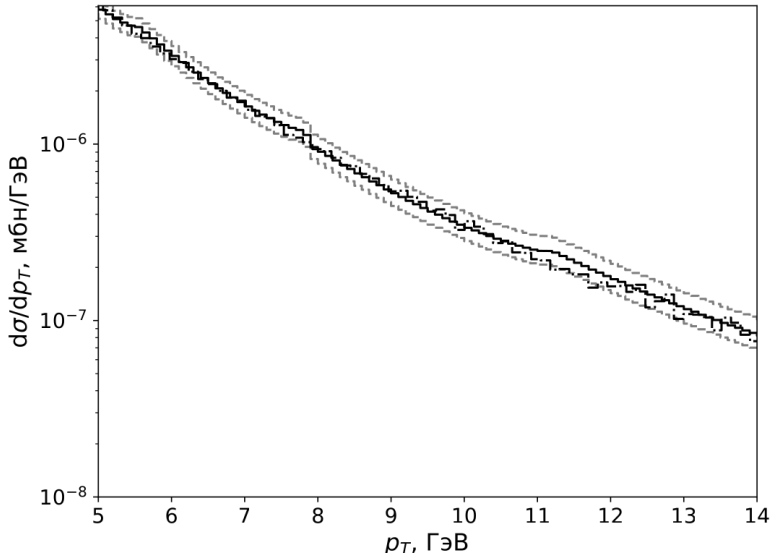

Рис. 8: Сечения рождения прямых фотонов при $\sqrt{s} = 510$ ГэВ. Сплошная линия соответвует результатам аналитических расчетов, штрих-пунктирная линия – PYTHIA8.

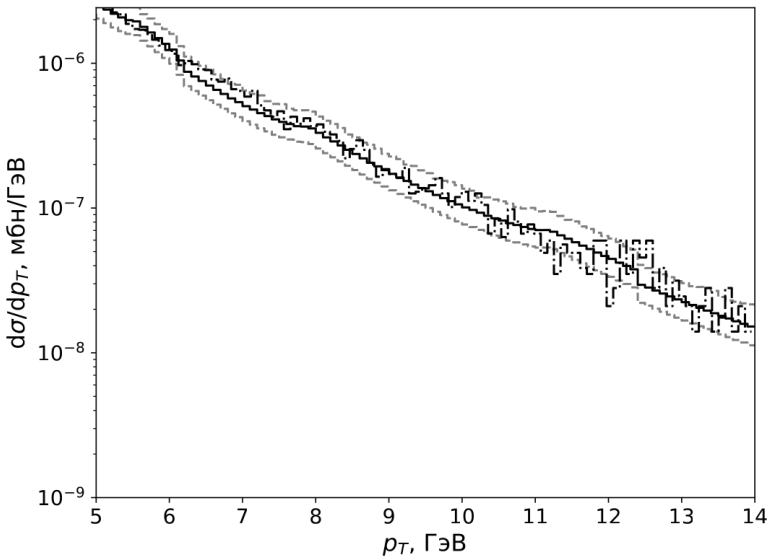

Рис. 9: Сечения рождения прямых фотонов при $\sqrt{s} = 200$ ГэВ. Сплошная линия соответвует результатам аналитических расчетов, штрих-пунктирная линия – PYTHIA8.

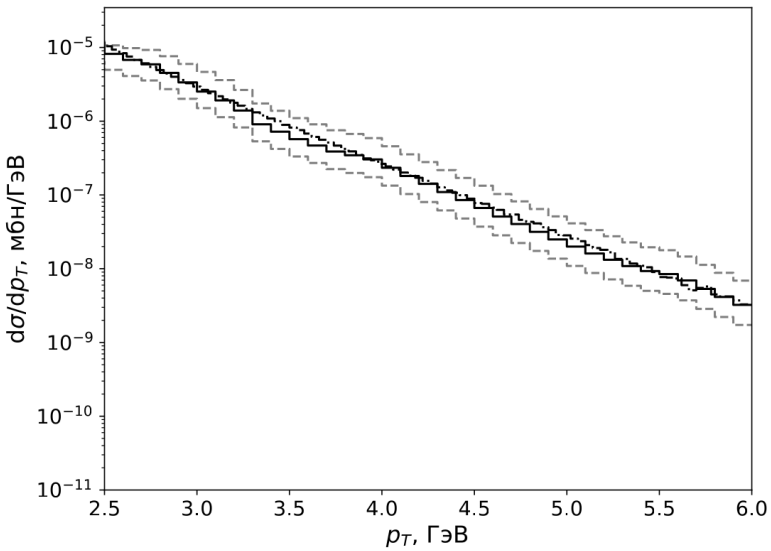

Рис. 10: Сечения рождения прямых фотонов при $\sqrt{s} = 27$ ГэВ. Сплошная линия соответвует результатам аналитических расчетов, штрих-пунктирная линия – PYTHIA8.

На графиках 11 и 12 представлены зависимости A_{LL} при рождении прямых фотонов в рамках лидирующего приближения КПМ в сравнении с экспериментальными данными коллабарации PHENIX [27, 29] при энергии столкновения продольно-поляризованных протонов $\sqrt{s} = 200$ ГэВ и $\sqrt{s} = 510$ ГэВ, быстротах фотонов $|y_\gamma| < 0.35$. Теоретические расчеты, выполненные при моделировании в PYTHIA8 показаны на графике штрих-пунктирной линией, сплошная соответствует результатам, полученным при численных расчетах с помощью библиотеки CUBA. Оба результата получены при центральном выборе жесткого масштаба $\mu = p_T$. Оба результата лежат в пределах погрешностей эксперимента, за исключением одной точки в области больших поперечных импульсов.

Предсказания для зависимости A_{LL} от p_T для энергии колллайдера NICA $\sqrt{s} = 27$ ГэВ и быстротах $|y_\gamma| < 3$ представлены на рис. 13. Представленная зависимость показывает, что ДПСА является положительной и монотонно увеличивается с увеличением p_T и уменьшением энергии столкновения. Однако изучение области относительно высоких p_T ограничивается

экспериментально доступной областью, связанной с малой статистикой.

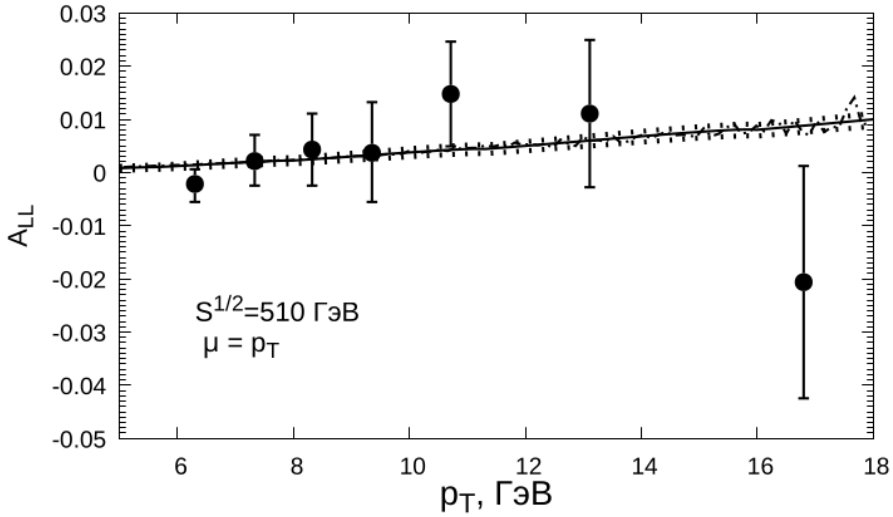

Рис. 11: Двойные продольные спиновые асимметрии в рождении прямых фотонов при $\sqrt{s} = 510$ ГэВ. Штрих-пунктирная линия – результаты PYTHIA8, сплошная линия – результаты численных расчетов. Точки – экспериментальные данные коллаборации PHENIX [27]. Пунктирные линиии соответствуют коридору теоретической погрешности.

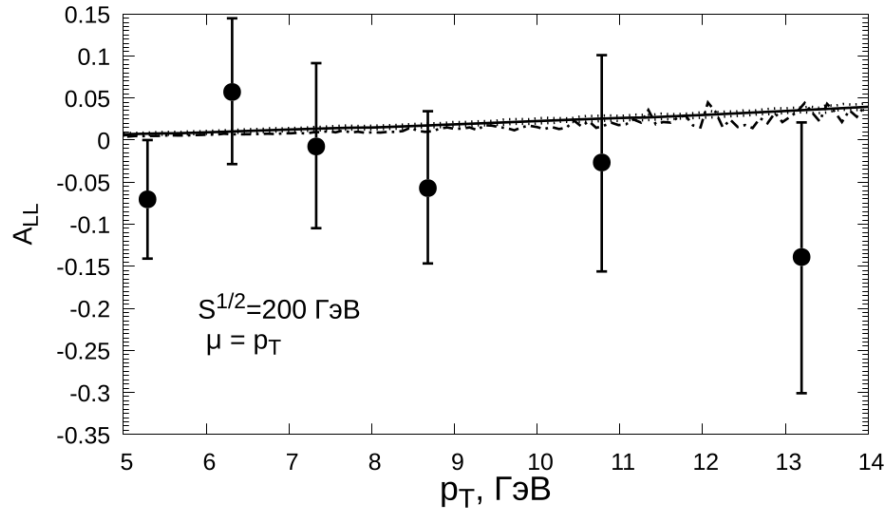

Рис. 12: Двойные продольные спиновые асимметрии в рождении прямых фотонов при $\sqrt{s} = 200$ ГэВ. Штрих-пунктирная линия – результаты PYTHIA8, сплошная линия – результаты численных расчетов. Точки – экспериментальные данные коллаборации PHENIX [29]. Пунктирные линиии соответствуют коридору теоретической погрешности.

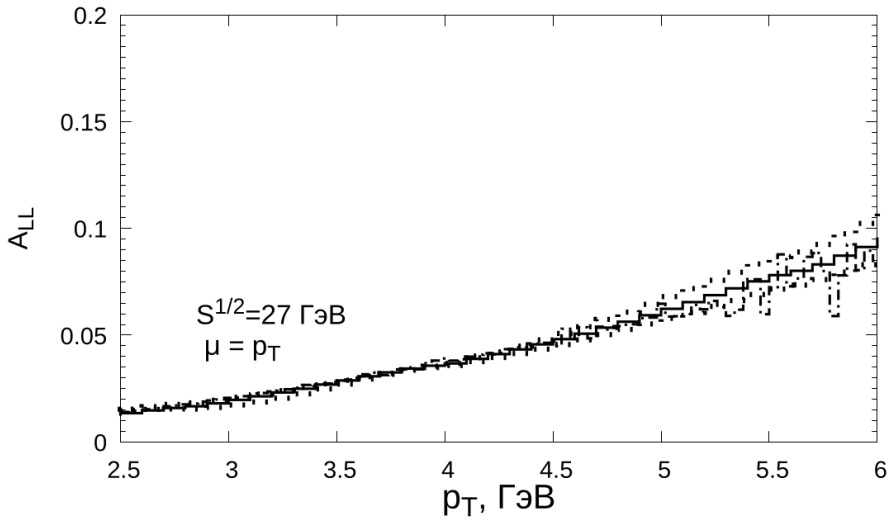

Рис. 13: Предсказание для A_{LL} по p_T для $\sqrt{s} = 27$. Штрих-пунктирная линия – результаты PYTHIA8, сплошная линия – результаты численных расчетов. Пунктирные линии демонстрируют коридор неопределенностей, полученный варьированием $p_T/2 < \mu < 2p_T$.

Из проведенных вычислений, можно сделать вывод, что асимметрии становятся более доступными для измерений при уменьшении энергии столкновений. Так, при $\sqrt{s} = 510$ ГэВ, A_{LL} сравнимы с нулем, но при $\sqrt{s} = 27$ ГэВ, наблюдаются значительные асимметрии (≈ 0.1), отличные от нуля и доступные для экспериментальных измерений. Полученные результаты подтверждают теоретические расчеты, выполненные в работах [34] и [41].

4 Заключение

В работе были исследованы двойные продольные спиновые асимметрии в рождении прямых фотонов в зависимости от их поперечного импульса в рамках лидирующего приближения по константе сильного взаимодействия КХД. Расчеты были выполнены в центральной области быстрот для энергий $\sqrt{s} = 200$, 500 ГэВ, что соответствует энергиям экспериментов коллаборации PHENIX на коллайдере RHIC, и 27 ГэВ, соответствующей планируе-

мому эксперименту коллаборации SPD на строящемся коллайдере NICA. В работе использовались два способа расчета: с помощью аналитических формул, реализованного нами в оригинальной программе на языке FORTRAN с помощью библиотеки численного интегрирования CUBA, и в рамках генератора событий PYTHIA8. Мы использовали библиотеку LHAPDF для выбора партонных функций распределений в обоих подходах. Мы показали согласованность результатов расчетов обоими способами, приведя сравнение дифференциальных сечений рождения прямых фотонов в указанных процессах в случае неполяризованных начальных протонов. Для оценки теоретических неопределенностей мы выполнили варьирование жесткого масштаба в исследуемых процессах. При осуществлении расчета с помощью PYTHIA8 в случае столкновений продольно поляризованных протонов мы предлагаем простой для реализации феноменологический подход, который позволяет быстрое получение результата в рамках уже имеющегося в PYTHIA8 инструментария, без введения дополнительных программных модулей.

Результаты наших расчетов для ДПСА хорошо согласуются с существующими экспериментальными данными коллаборации PHENIX, вследствие чего мы можем сделать вывод о достаточной достоверности предсказаний, выполненных нами для ДПСА в рождении прямых фотонов в будущем эксперименте SPD NICA. Результаты, полученные в рамках генератора событий PYTHIA8, могут быть использованы для моделирования с учетом всех стадий эксперимента, то есть с учетом влияния эффектов детектора и отбора событий.

Результаты данной работы были представлены на LXXVI молодежной научной конференции и на Самарской областной студенческой научной конференции.

Список литературы

[1] J. Ashman et al. Nuclear phys. b. Nuclear Phys. B, 328:1, 1989.

[2] T. Yamanishi T. Morii, S. Tanaka. Effects of the large gluon polarization on $xg_1^d(x)$ and j/ψ productions at polarized ep and pp collisions. Physics Letters B, 322:253, 1994.

[3] M.A. Doncheski and R.W. Robinett. Aspects of χ and ψ production in polarized proton proton collisions. Z. Phys. C, 63:611, 1994.

[4] Yu Fenga and Hong-Fei Zhang. Double longitudinal-spin asymmetries in j/ψ production at rhic. 2018.

[5] T. Horaguchi and PHENIX Collaboration. Measurement of the direct photon production in polarized proton-proton collisions at with phenix. AIP Conference Proceedings, page 265, 2009.

[6] J.-X. Wang. Progress in fdc project. Nucl. Instrum. Meth. A, 534:241, 2004.

[7] L.-P. Wan and J.-X. Wang. Fdchqhp: a fortran package for heavy quarkonium hadroproduction. Comput. Phys. Commun., 185:2939, 2014.

[8] R.C. Group M.R. Whalley, D. Bourilkov. The les houches accord pdfs (lhapdf) and lhaglue. Proceedings, HERA and the LHC: a workshop on the implications of HERA for LHC physics, page 575, 2005.

[9] R. D. Ball and NNPDF Collaboration. A first unbiased global determination of polarized pdfs and their uncertainties. Nuclear Physics B, 887:276, 2014.

[10] R.D. Ball et al. (NNPDF collaboration). Parton distributions for the lhc run ii. JHEP, 2015(04):040, 2015.

[11] E. C. Aschenauer and et al. The rhic spin program: achievements and future opportunities. 2013.

[12] Pat Kalinyak and M.K. Sundaresan. Probing the contribution of gluons to the proton spin. Physics Letters B, 216(3-4), 1989. Details like pages are missing, please add if known.

[13] J. Adam et al. Longitudinal double-spin asymmetries for π^0s in the forward direction for 510 gev polarized *pp* collisions. Phys. Rev. D, 98:032013, 2018.

[14] Skands P. Sjostrand T., Mrenna S. A brief introduction to pythia 8.1. Computer Physics Communications, 178:852–867, 2008.

[15] H. L. Lai et al. New parton distributions for collider physics. Phys. Rev. D, 82, 2010.

[16] E. R Nocera et al. A first determination of polarized parton distributions with full qcd evolution. Phys. Rev. D, 91:094020, 2015.

[17] R. D.Ball et al. Parton distributions with lhc data. Nucl. Phys. B, 867:244–289, 2013.

[18] M.Vogelsang. D. Sassot, R. Stratmann. Prog. Part. Nucl. Phys., 67:251, 2012.

[19] S. Kretzer et al. Cteq6 parton distributions with heavy quark mass effects. Phys. Rev. D, 69:114005, 2004.

[20] M. Vogelsang D.Sassot, R.Stratmann. Parton fragmentation functions. Progress in Particle and Nuclear Physics, 67:101–65, 2012.

[21] L. Adamczyk et al. Neutral pion cross section and spin asymmetries at intermediate pseudorapidity in polarized proton collisions at $\sqrt{s} = 200$ GeV. Phys. Rev. D, 89, 2014.

[22] M. Glück et al. Polarized Parton Distributions and Spin Asymmetries. Phys. Rev. D, 63, 2001.

[23] Kenneth N. Barish and the PHENIX Collaboration. Measurements of δg at rhic phenix. AIP Conf. Proc., 1182:565, 2009.

[24] P. Djawotho et al. Gluon polarization and jet production at star. Nuovo Cim. C, 36:35–38, 2013.

[25] L. et al. Adamczyk. Measurement of the cross section and longitudinal double-spin asymmetry for dijet production in polarized pp collisions at $\sqrt{s} = 200$ gev. Phys. Rev. D, 95:071103, 2017.

[26] C. E. Roberts et al. A. D. Martin. Parton distributions: Next-to-Next-to-Leading Order treatment. Phys. Lett. B, 636:259–264, 2008.

[27] Ji Z. Longitudinal double helicity asymmetry a_{LL} from direct photon, jet and charged pion production in polarized $p + p$ collisions. SciPost Physics Proceedings, 8:90, 2022.

[28] Paul Kline. Collaboration accessing gluon polarization in the proton with direct photons at phenix. In 19th International Spin Physics Symposium (SPIN2010), volume 295, page 012073, 2011.

[29] Bennett R. et al. (PHENIX Collab.). Longitudinal double spin asymmetry and cross section for direct photon production measured at mid-rapidity in polarized $\sqrt{s} = 200$ gev pp collisions at phenix. volume 1149, pages 265–268, 2009.

[30] J. Ashman et al. Phys. Lett. B, 206:364, 1988.

[31] A. Airapetian et al. Phys. Rev. Lett., 84:2584, 2000.

[32] B. Adeva et al. Spin asymmetries for events with high p_t hadrons in dis. Phys. Rev. D, 70:012002, 2004.

[33] E. S. Ageev et al. Gluon polarization in the nucleon from quasi-real photoproduction. Phys. Lett. B, 633:25, 2006.

[34] А.В.Шипилова В.А.Салеев. Двойные продольные спиновые асимметрии в прямом рождении фотонов на коллайдере nica. Письма в ЭЧАЯ, 20(3(248)):417–421, 2023.

[35] S. Catani et al. Cross section of isolated prompt photons in hadron-hadron collisions. JHEP, 2002(05):028, 2002.

[36] S. Dulat and T.-J. Hou et al. New parton distribution functions from a global analysis of quantum chromo-dynamics. Phys. Rev. D, 93:033006, 2016.

[37] M. Klasen and F. König. New information on photon fragmentation functions. Eur. Phys. J. C, 74:3009, 2014.

[38] P. Nason. A new method for combining nlo qcd with shower monte-carlo algorithms. JHEP, 2004(11):040, 2004.

[39] H. Poppenborg M. Klasen, C. Klein-Bösing. Prompt photon production and photon-jet correlations at the lhc. JHEP, 2018(3):81, 2018.

[40] M. Anselmino et al. On the physics potential of polarized nucleon–nucleon collisions at hera. In Proc. of Workshop "Future Physics at HERA", volume 1, page 2, Hamburg, Germany, 1996.

[41] Я.А.Бердников А.А.Лобанов. Асимметрии прямых фотонов в продольно-поляризованных протон-протонных столкновениях при энергии 27 ГэВ. Научно-технические ведомости СпбнГПУ, 18:142–148, 2025.

[42] M.E. Peskin and D.V. Schroeder. An Introduction to Quantum Field Theory. Addison-Wesley, Reading, MA, first edition, 1995.

[43] E.L. Berger and J. Qiu. Probing gluon polarization in hadronic direct photon production. Phys. Rev. D, 40:778–786, 1989.

[44] ISO/IEC. The Fortran Language Reference, 2018. ISO/IEC 1539 standard for Fortran.

[45] J. Hahn and D. Sopkova. Cuba: Universal library for multidimensional numerical integration. https://cuba.hepforge.org/, 2012. Version 4.2.

Приложение А

В данном разделе в качестве примера приведен входной файл для расчета сечения рождения прямых фотонов в случае поляризованных пучков при энергии $\sqrt{s} = 200$ ГэВ, выполненный в PYTHIA8:

```
int main() {
  PYTHIA8 PYTHIA8;
  PYTHIA8.readString("Beams:idB = 2212");
  PYTHIA8.readString("Beams:idA = 2212");
  PYTHIA8.readString("Beams:eCM = 200");
  PYTHIA8.readString("PromptPhoton:qg2qgamma  = on");
  PYTHIA8.readString("PromptPhoton:qqbar2ggamma = on");
  PYTHIA8.readString("PhaseSpace:pTHatMin = 2.");
  PYTHIA8.readString("PartonLevel:MPI = off");
  PYTHIA8.readString("PartonLevel:ISR = off");
  PYTHIA8.readString("PartonLevel:FSR = off");
  PYTHIA8.readString("BeamRemnants:primordialKT = off");
  PYTHIA8.readString("PDF:pSet=LHAPDF6:NNPDFpol11_100");;
  PYTHIA8.readString("SigmaProcess:factorScale2 = 2");
  PYTHIA8.readString("SigmaProcess:alphaSvalue = 0.139387");



  int Nevents=5000000;


  if (!PYTHIA8.init()) return 1;
  Hist pTy("dsigma/dpTy", 100, 5., 14.);


  for (int iEvent = 0; iEvent < Nevents; ++iEvent) {
```

```
    if (!PYTHIA8.next()) continue;


    for (int i = 0; i < PYTHIA8.event.size(); ++i)
      if (PYTHIA8.event[i].id() == 22) {
      if (PYTHIA8.event[i].eta()<0.35 && PYTHIA8.event[i].eta()>-0.35)
      pTy.fill( PYTHIA8.event[i].pT() );
}
  }
  PYTHIA8.stat();
  double sigma = PYTHIA8.info.sigmaGen(201);
  double sigma1 = PYTHIA8.info.sigmaGen(202);
  pTy /= Nevents/(sigma*0.8-sigma1);
  cout << pTy;
  HistPlot hpl("plot_pt_all_200");
 hpl.plotFrame("fig_pt_all_200", pTy, "q g -> q gamma + q qbar-> g gamma",
 "$p_{\\perp}$ (GeV)", "$\\mathrm{d}sigma/\\mathrm{d}p_{\\perp}$ (mb)", "-
");
  return 0;
}
```

Приложение Б

В данном разделе в качестве примера приведен входной файл для расчета сечения рождения прямых фотонов в случае поляризованных пучков при энергии $\sqrt{s} = 200$ ГэВ, проведенный в:

```
      program CubaTest
implicit none

integer funparam
Character*256 Path, filename, Outfile
Character*256 Path_debug, filename_debug, Outfile_debug
integer ndim, ncomp, nvec, last, seed, mineval, maxeval
real*8 epsrel, epsabs, userdata
parameter (ndim = 3)
parameter (ncomp = 3)
parameter (userdata = 0)
parameter (nvec = 1)
parameter (epsrel = 1D-2)
parameter (epsabs = 1D-12)
parameter (last = 4)
parameter (seed = 643542)
parameter (mineval = 1000000)
parameter (maxeval = 100000000)

integer nstart, nincrease, nbatch, gridno
integer*8 spin
character*(*) statefile
parameter (nstart = 1000)
```

```
parameter (nincrease = 500)
parameter (nbatch = 1000)
parameter (gridno = 0)
parameter (statefile = "")
parameter (spin = -1)

integer nnew, nmin
real*8 flatness
parameter (nnew = 1000000)
parameter (nmin = 1000000)
parameter (flatness = 25D0)

integer key1, key2, key3, maxpass
real*8 border, maxchisq, mindeviation
integer ngiven, ldxgiven, nextra
parameter (key1 = 47)
parameter (key2 = 1)
parameter (key3 = 1)
parameter (maxpass = 5)
parameter (border = 0D0)
parameter (maxchisq = 10D0)
parameter (mindeviation = .25D0)
parameter (ngiven = 0)
parameter (ldxgiven = ndim)
parameter (nextra = 0)

integer key
parameter (key = 0)
```

```
external integrand

real*8 integral(ncomp), error(ncomp), prob(ncomp)
integer verbose, nregions, neval, fail
character*16 env
real*8 errorout, integralout
real*8 cutenum, Summ, deltapt
integer c
character*64 PDFname(8)

COMMON/TestBlock2/deltapt
COMMON/TestBlock1/cutenum
COMMON/TestBlock3/Outfile_debug
PDFName(1)='NNPDFpol11_100'
call InitPDFsetByName(PDFName(1))

! Открываем файл для записи (в режиме перезаписи)
      filename="Output_200_pol.txt"
      CALL getcwd(Path)
      Outfile=trim(Path)//'/'//trim(filename)
      Open(unit=1, file=trim(Outfile), status='replace')
      Close(1)

      filename_debug="debug.txt"
      CALL getcwd(Path_debug)
      Outfile_debug=trim(Path_debug)//'/'//trim(filename_debug)
      Open(unit=2, file=trim(Outfile_debug), status='replace')
      Close(2)
```

```
      deltapt= 0.1D0




      do cutenum = 5.D0, 14.D0, deltapt
      call getenv("CUBAVERBOSE", env)
      verbose = 0
      read(env, *, iostat=fail, end=999, err=999) verbose
999    continue

      call suave(ndim, ncomp, integrand, userdata, nvec,
     &     epsrel, epsabs, verbose + last, seed,
     &     mineval, maxeval, nnew, nmin, flatness,
     &     statefile, spin,
     &     nregions, neval, fail, integral, error, prob)

 Summ=integral(1)+integral(2)

      ! Вывод результатов в файл
      Open(unit=1, file=trim(Outfile), position='append')
      write(1, '(F15.5, 7E25.15)') cutenum, Summ
      Close(1)

      ! Вывод в консоль для контроля
      print '(A,F8.3,6(A,E15.7))', 'cutenum=', cutenum,
     &  ' f1=', integral(1), ' f2=', integral(2),
     &  ' Summ=', Summ
      end do
```

```
      end program CubaTest

*****************************************************************

 integer function integrand(ndim, xx, ncomp, ff)
 integer ndim, ncomp
 integer funparam
 real*8 xx(*), ff(*)
 real*8 pi,f,pt,y3,y4,ptmin,ptmax
 real*8 y3min,y3max,y4min,y4max,cutenum
 real*8 s,t,u,b0,alphas,M1, subs, deltapt
 real*8 Jacobian
 real*8 Phi(-3:3, 1:2)
 real*8 pdf(-6:6), x1, x2, mu,M3debug
 real*8 sqamp1, sqamp2,M1debug,M2debug
 Character*256 Outfile_debug

 COMMON/TestBlock1/cutenum
 COMMON/TestBlock2/deltapt
 COMMON/TestBlock3/Outfile_debug

 parameter (pi = 3.14159265358979323846D0)
 ff(1:2)=0.d0
 s= 200.d0**2.d0

 ptmin=cutenum
 ptmax=cutenum+deltapt
 y3min=-0.35D0
```

```
y3max=0.35D0
y4min=-3.5D0
y4max=3.5D0

Jacobian=(ptmax-ptmin)*(y3max-y3min)*(y4max-y4min)

pt = ptmin + (ptmax-ptmin)*xx(1)
y3 = y3min + (y3max-y3min)*xx(2)
y4 = y4min + (y4max-y4min)*xx(3)

mu=pt
x1 = pt/dsqrt(s)*(DEXP(y3)+DEXP(y4))
x2 = pt/dsqrt(s)*(DEXP(-y3)+DEXP(-y4))


if (x1<0.d0 .or. x1>1.d0 .or. x2<0.d0 .or. x2>1.d0) then
      ff(1) = 0.d0
      integrand =0
      return
      end if

subs = x1*x2*s
t= -pt**2.d0*(1.d0+DEXP(y4-y3))
u= -pt**2.d0*(1.d0+DEXP(y3-y4))



  if (abs(u+t+subs)>0.d0) then
      ff(1)=0.d0
```

```
          integrand = 0
        return
        end if


call evolvePDF(x1, mu, pdf)

Phi(1,1)=pdf(1)/x1
Phi(-1,1)=pdf(-1)/x1
Phi(2,1)=pdf(2)/x1
Phi(-2,1)=pdf(-2)/x1
Phi(3,1)=pdf(3)/x1
Phi(-3,1)=pdf(-3)/x1
Phi(0,1)=pdf(0)/x1

call evolvePDF(x2, mu, pdf)

Phi(1,2)=pdf(1)/x2 ! 1 d 2 u 3 s
Phi(-1,2)=pdf(-1)/x2
Phi(2,2)=pdf(2)/x2
Phi(-2,2)=pdf(-2)/x2
Phi(3,2)=pdf(3)/x2
Phi(-3,2)=pdf(-3)/x2
Phi(0,2)=pdf(0)/x2



      f1 =pt/(8.d0*pi*x1*x2*s**2.d0)*
     &  (sqamp1(mu, 1.D0/3.D0,t, u)*
```

```
     &   (Phi(1,1)*Phi(-1,2) + Phi(-1,1)*Phi(1,2)+
     &  + Phi(3,1)*Phi(-3,2) + Phi(3,2)*Phi(-3,1))+
     &  sqamp1(mu, 2.D0/3.D0, t, u)*
     &  (Phi(2,1)*Phi(-2,2)+Phi(-2,1)*Phi(2,2)))/(deltapt)*0.389d0

        f2 =pt/(8.d0*pi*x1*x2*s**2.d0)*
     &  ( sqamp2(mu,2.D0/3.D0,subs,u)*Phi(0,2)*(Phi(2,1)+Phi(-2,1))
     &  +sqamp2(mu, 2.D0/3.D0,subs,t)*Phi(0,1)*(Phi(2,2)+Phi(-2,2))
     &  +sqamp2(mu,1.D0/3.D0,subs,u)*Phi(0,2)*(Phi(1,1)+Phi(-1,1)
     &  +Phi(3,1)+Phi(-3,1))+ sqamp2(mu,1.D0/3.D0,subs,t)*Phi(0,1)*
     &  (Phi(1,2)+Phi(-1,2)+Phi(3,2)+Phi(-3,2)) )
     &  /(deltapt)*0.389d0



        ff(1)=f1*Jacobian
        ff(2)=f2*Jacobian

 RETURN
 integrand = 0

 end function integrand

**********************************************************************

 real*8 function sqamp1(mu, Zq, u, t)
 real*8 Zq, u, t
 real*8 mu, b0,alphas,M1, M2,alphasem

 parameter (pi = 3.14159265358979323846D0)
```

```
b0= (11.d0*3.d0-4.d0*(1.d0/2.d0)*3.d0)/(12.d0*pi)
alphas = 1.d0/(b0*DLOG(mu**2.d0/0.232d0**2.d0))
alphasem=7.297d0*10.d0**(-3.d0)
M1 = -16.d0*8.d0/(9.d0)*pi**2.d0*(alphasem)*
    &  alphas*(t/u+u/t)*Zq**2.d0
sqamp1 = M1
       return

end function sqamp1
*****************************************************************************

real*8 function sqamp2(mu, Zq, s, tu)
real*8 mu, b0,alphas,M1, M2
real*8 Zq, s, tu,alphasem

parameter (pi = 3.14159265358979323846D0)
alphasem=7.297d0*10.d0**(-3.d0)

b0= (11.d0*3.d0-4.d0*(1.d0/2.d0)*3.d0)/(12.d0*pi)
alphas = 1.d0/(b0*DLOG(mu**2.d0/0.232d0**2.d0))
M2 = -16.d0/(3.d0)*pi**2.d0*(alphasem)*
    &  alphas*(Zq)**2.d0*(s/tu-tu/s)
sqamp2 = M2
       return

end function sqamp2
```